

Παράδειγμα στον κανόνα Bayes

(Ακτ. Βιβ. Τάκη Παπαϊωάννου)

Έστω δύο δοχεία Δ_1 και Δ_2 . Το πρώτο περιέχει 2 αβγρες και 8 κόκκινες μπάλες και το δεύτερο περιέχει 6 αβγρες και 4 κόκκινες μπάλες. Επιλέχθηκε το εξής πείραμα: Ρίχνουμε το νόμισμα και αν το αποτέλεσμα είναι "κεφαλή" (κ) διαλέγουμε το Δ_1 και αν η πλευρά είναι "χρυσά" (γ) διαλέγουμε το Δ_2 . Μετά διαλέγουμε μια μπάλα από το δοχείο που επιλέχθηκε. Έστω ότι η μπάλα είναι αβγρη και ως κατώτατο A το ενδεχόμενο αυτό. Αν ζεχάσουμε ποιο δοχείο διαλέξαμε να βρεθούν οι πιθανότητες να διαλέξαμε τα Δ_1 και Δ_2 .

ΛΥΣΗ

$$A = \{ \text{μπάλα 'Αβγρη'} \}$$

$$\Delta_1 | A = \{ \text{το } \Delta_1 \mid \text{μπάλα 'Αβγρη'} \}$$

και

$$\Delta_2 | A = \{ \text{το } \Delta_2 \mid \text{μπάλα 'Αβγρη'} \}$$

Η πιθανότητα να επιλέξουμε το Δ_1 είναι $P(\Delta_1) = \frac{1}{2}$ ομοίως, και η πιθανότητα του Δ_2 είναι $P(\Delta_2) = \frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} P(\Delta_1 | A) &= \frac{P(\Delta_1 \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A | \Delta_1) \cdot P(\Delta_1)}{P(A | \Delta_1) \cdot P(\Delta_1) + P(A | \Delta_2) \cdot P(\Delta_2)} \\ &= \frac{\frac{2}{10} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{2}{10} \cdot \frac{1}{2} + \frac{6}{10} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

2 στις 10 αφού 2 αβγρες έχει το Δ_1

$$\begin{aligned} P(\Delta_2 | A) &= \frac{P(\Delta_2 \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A | \Delta_2) \cdot P(\Delta_2)}{P(A | \Delta_1) \cdot P(\Delta_1) + P(A | \Delta_2) \cdot P(\Delta_2)} \\ &= \frac{\frac{6}{10} \cdot \frac{1}{2}}{\frac{2}{10} \cdot \frac{1}{2} + \frac{6}{10} \cdot \frac{1}{2}} = \frac{3}{4} \end{aligned}$$

6 στις 10 αφού 6 αβγρες έχει το Δ_2